

## Der freie Fall mit Luftwiderstand – Entwicklung eines Modells

In der Newtonschen Physik versteht man unter einem freien Fall die Bewegung eines Körpers, auf den keine Kräfte außer der Gravitationskraft wirken. Ein im freien Fall befindlicher Körper erlebt den Zustand der Schwerelosigkeit. Als sich Felix Baumgartner am 14. 10. 2012 aus einer 40 km über der Erde schwebenden Kapsel stürzte, war er für kurze Zeit ebenso schwerelos wie ein Raumfahrer in der Internationalen Raumstation, denn in dieser Höhe ist die Luftdichte 250 mal kleiner als auf der Erdoberfläche. Felix Baumgartner fiel also praktisch im Vakuum und es dauerte etwa eine halbe Minute, bis sein Fall allmählich vom zunehmenden Luftwiderstand gebremst wurde.

1. Für den freien Fall im Vakuum gilt für die Fallstrecke  $s$  und die Geschwindigkeit  $v$  als Funktionen der Zeit  $t$ :  $s(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2$  und  $v(t) = g \cdot t$ , wobei  $g \approx 9,80665 \text{ m/s}^2$ .

Welcher Zusammenhang besteht zwischen  $s$  und  $v$ ? Begründe!

Gib an, wie du die Beschleunigung  $a$  im Zusammenhang mit  $s$  und  $v$  ermitteln kannst!

Umgangssprachlich wird auch der „ungebremste“ Fall eines Körpers innerhalb der Erdatmosphäre als freier Fall bezeichnet. Es handelt sich dabei aber nicht um einen freien Fall im physikalischen Sinn. Denn die Luftteilchen der Atmosphäre üben durch Stöße eine gegen die Bewegungsrichtung wirkende Kraft auf den fallenden Körper aus. Der fallende Körper ist also neben der Gravitationskraft auch einer Luftwiderstandskraft ausgesetzt und daher nicht im freien Fall. Wir sprechen dann vom „realen Fall“ oder (etwas unsauber) vom „freien Fall mit Luftwiderstand“.

Um den Stratosphärensprung über die ersten 30 Sekunden hinaus mathematisch zu beschreiben, muss auch der Luftwiderstand berücksichtigt werden.

2. Für den freien Fall mit Luftwiderstand gilt:  $ma = mg - kv^2$ , wobei  $-kv^2$  die Luftwiderstandskraft ist. Außerdem beschreibt
  - $m$  die Masse in kg,
  - $a$  die Beschleunigung  $\text{m/s}^2$ ,
  - $g$  wie zuvor die Erdbeschleunigung,
  - $v$  die Geschwindigkeit in  $\text{m/s}$  und
  - $k$  ist ein Proportionalitätsfaktor, dessen Größe von der Dichte der Atmosphäre und der Beschaffenheit (Angriffsfläche und Form) des fallenden Objekts abhängt.

Der Faktor  $k$  soll mit den folgenden Aufgabenstellungen näher betrachtet werden.

- a) Überlegt, wie sich die Dichte der Atmosphäre mit zu- bzw. abnehmender Höhe verändert und begründet mithilfe der barometrischen Höhenformel<sup>1</sup>  $\rho(h) = \rho_0 \cdot e^{-\frac{h}{8400\text{m}}}$ , wobei  $\rho(h)$  die Dichte auf Höhe  $h$  ist und  $\rho_0 = 1,2 \text{ kg/m}^3$ !  
Wie schwer ist  $1 \text{ m}^3$  Luft auf der Absprunghöhe von 40 km, wie schwer auf einer Höhe von 10 km bzw. 1 km (das entspricht ungefähr der Höhe von Baumgartners Landung)? Was bedeuten diese Ergebnisse für den Druckunterschied beim Stratosphärensprung? Beschreibt, wie sich  $k$  verändert, wenn sich die Dichte  $\rho(h)$  der Atmosphäre verdoppelt, verdreifacht, vervierfacht, halbiert, ...!
- b) Beim Stratosphärensprung beeinflusste die Körperhaltung von Felix Baumgartner die Größe der Angriffsfläche  $A$ . Überlegt, wie Felix Baumgartner seine Angriffsfläche möglichst klein oder auch möglichst groß hätte machen können!

---

<sup>1</sup> Diese gilt nur für eine Atmosphäre mit konstanter Temperatur.

Beschreibt, wie sich  $k$  verändert, wenn die Angriffsfläche verdoppelt, verdreifacht, vervierfacht, halbiert wird!

c) Auch die Form des fallenden Objekts beeinflusst den Wert von  $k$ . Stell dir vor, du springst mit einem aufgespannten Regenschirm und hältst ihn einmal mit der Spitze nach oben und einmal mit der Spitze nach unten. Wie beeinflusst das den Fall<sup>2</sup>? Die Aerodynamik beschäftigt sich unter anderem mit solchen Fragen und untersucht, welche Formen den geringsten Luftwiderstand haben. Dies wird mit dem sogenannten  $c_W$ -Wert angegeben, der ebenfalls in den Proportionalitätsfaktor  $k$  eingeht.

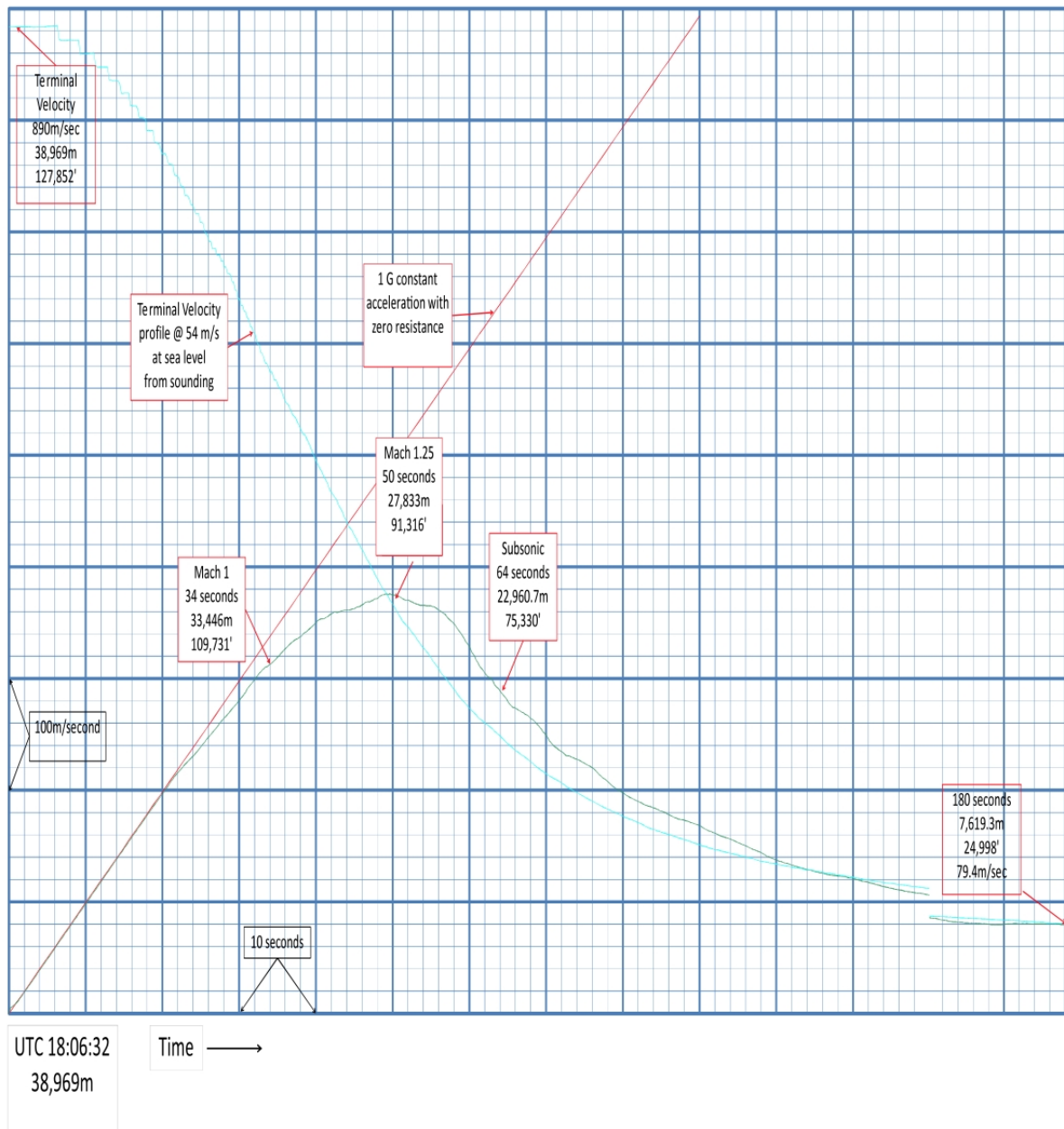
Insgesamt gilt:  $k = \frac{c_W}{2} \cdot A \cdot \rho$

Fasst eure Überlegungen zum Faktor  $k$  aus a) – c) zusammen!

3. Die nachstehende Abbildung stammt aus dem „Summary Report“ des Stratosphärensprungs und zeigt
- i. die stationäre Geschwindigkeit („Terminal Velocity“), das ist jene Geschwindigkeit bei der sich die Erdanziehungskraft und der Luftwiderstand aufheben,
  - ii. die tatsächliche Geschwindigkeit von Felix Baumgartner und
  - iii. die theoretische Geschwindigkeit im Vakuum – also die Gerade  $v(t) = g \cdot t$ .

---

<sup>2</sup> Probiere eventuell selbst mit einer Plastikschüssel aus.



Lest aus der Abbildung die dort eingetragenen Werte der Höhe, Geschwindigkeit und Zeit ab und tragt sie in die Tabelle ein! Berechnet mithilfe der Schallgeschwindigkeit (1 Mach entspricht in trockener Luft bei 20° Celsius in etwa 340 m/s) näherungsweise die Geschwindigkeit von Felix Baumgartner in m/s. „Subsonic“ steht für den Eintritt in den Unterschallbereich und du kannst dafür eine Geschwindigkeit von 1 Mach annehmen.

Zeit in s	Geschwindigkeit in Mach	Geschwindigkeit in m/s	Höhe in m
0	0	0	38969

Beantwortet nun folgende Fragen!

Nach wie vielen Sekunden erreichte Felix Baumgartner seine maximale Geschwindigkeit in Mach bzw. m/s? Wie groß war diese?

Was kannst du über die Beschleunigung zu diesem Zeitpunkt aussagen?

Nimm an, dass Felix Baumgartner mit seinem Druckanzug rund 100 kg gewogen hat und berechne, welchen Wert der Proportionalitätsfaktor  $k$  (aus Aufgabe 2) beim Geschwindigkeitsmaximum des Sprungs gehabt hat!